

1 水平でまっすぐな線路上を進行している電車を考える。電車内の天井の点Pに長さ l [m]の軽い糸の上端を固定し、下端に質量 m [kg]のおもりWをつけてつるした。Pの鉛直方向におもりがあるときの位置を点Oとし、おもりの運動

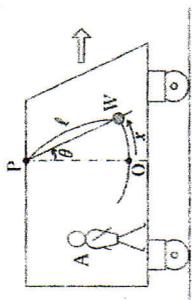


図1

を考え、おもりを除いた(人を含む)電車の全質量を M [kg]、重力の加速度の大きさを g [m/s²]とする。当初電車の速度 v_0 [m/s]で等速運動している、おもりは車内の人Aから見えて静止している。点Oから円周に沿った変位を x [m]とし、電車の進行方向を x の正の方向とする。おもりの糸がPOを結ぶ線と θ の角をなすとすると、以下では θ が小さいとして、必要ならば $\sin\theta \approx \theta$ としてよい。ただし、 $\tan\theta \approx \theta$ としてはいけない。なお糸の質量は無視してよい。また空気の抵抗も無視できるとする。

- (1) 当初静止しているおもりの位置 x の値を示せ。
- (2) 電車が等加速度で減速を始めたとし、減速を始めてからの時間を t [s]とする。この電車の加速度の大きさを d [m/s²]とし、 d は g と比べて小さいがその大きさは無視できないとするとする($d > 0$)。減速の状態でのおもりのつりあいの位置(人Aから見えて静止している場合の位置) x_0 を求めよ。次におもりはこの位置 x_0 を中心に単振動するとみなして、おもりの位置 x を時間 t の関数として示せ。
- (3) 次に電車の速度が零になった時電車は停止するとする。当初の速度と減速するときの加速度の違いにより、電車が停止したときのおもりの運動に違いがあるので以下の場合について考える。

- (a) 電車が停止した時におもりが静止する場合は考える。
 - ① 速度 v_0 を加速度 d を用いて表せ。
 - ② この減速運動で失われた全運動エネルギーを速度 v_0 を用いて表せ。
- (b) 電車が停止した後のおもりの運動が一番大きい場合を考える。
 - ① 速度 v_0 を加速度 d を用いて表せ。
 - ② おもりの位置 x を時間 t の関数として示せ。ただし電車が停止するまでの時間を t_0 [s]として答に用いてよい。

2

図2はコンデンサー(C_1, C_2, \dots, C_n)とダイオード(D_1, D_2, \dots, D_n)からなる回路である。図2の中の $\frac{1}{2}$ は接地点を表す。コンデンサーの電気容量はすべてCとす。ダイオードについては、順方向には電流が流れ、逆方向には抵抗値が無大となり電流は流れないという整流作用がある。ダイオード D_n を例とすると、その左側の方が電圧が高いときは閉じたスイッチ、右側の方が電圧が高いときは開いたスイッチと考えてよい。この回路において端子Aと端子Gの間に交流電源をつなぐと、非常に高い電圧を発生させることができる。設問[A]では、簡単のため、交流電源を直流電源に置き換えて、この回路の動作について考える。設問[B]では、発生させた高電圧を用いて加速した荷電粒子の運動を考える。なお、図3の中の $\frac{1}{2}$ も接地点を表す。

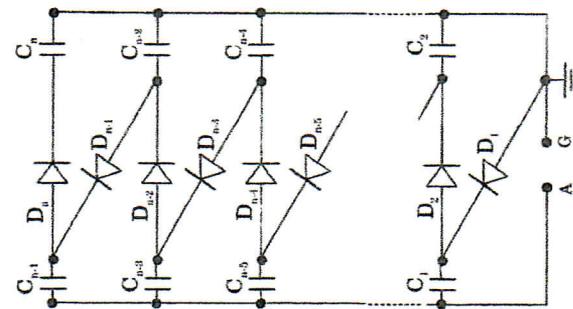


図2

[A] 図2の回路において、端子Aと端子Gの間に $+V_0, -V_0 (V_0 > 0)$ の二通りの電圧を交互にかけることを考える。この回路において、ダイオード D_1 の動作の違いの影響を避けるため、以下では、 $n \geq 8$ の場合について、電荷(電気量)の移動を考える。

- (1) 最初、すべてのコンデンサーに電荷が蓄えられていなかたとする。端子Aに加える電圧を正としたとき、充電が終了するまでにダイオード $D_{n-3}, D_{n-2}, D_{n-1}$ を通過する電荷を求めよ。
- (2) 次に、端子Aに負の電圧を加えて、その時点から充電が終了するまでにダイオード $D_{n-3}, D_{n-2}, D_{n-1}$ を通過する電荷を求めよ。
- (3) 次に、再度、端子Aに正の電圧を加えて、その時点から充電が終了するまでにダイオード $D_{n-3}, D_{n-2}, D_{n-1}$ を通過する電荷を求めよ。
- (4) これら(2)と(3)の操作を行ったことにより、ダイオードを通過してコンデンサー C_{n-1} からコンデンサー C_{n-2} へ移動する電荷を求めよ。
- (5) これら(2)と(3)の操作を行ったことにより、ダイオードを通過してこの回路の終端にあるコンデンサー C_n へコンデンサー C_{n-2} から移動する電荷を求めよ。

[B] 真空中で、図3のように平行に置いた2枚の金属平板間に高電圧を与えて、荷電粒子を加速して磁場(磁界)中での運動を調べる。左側の金属平板に加える電圧を $V (> 0)$ とし、荷電粒子の質量を m 、電荷を $q (> 0)$ とする。また、右側の金属平板には穴が開いており、荷電粒子が通り抜けられるようになっているが、この穴による金属平板間の電場(電界)の乱れは無視できるとする。さらに、右側の金属平板は接地されておりその右側に電場はないとする。なお、荷電粒子に働く重力は無視してよい。図3にあるように、金属平板に垂直な向きに z 軸を、金属平板と紙面に平行な向きに x 軸をとる。紙面に垂直で裏から表に向かう向きに y 軸をとる。以下の文章中の(1)~(6)には当てはまる式を答え、(a)~(d)には当てはまる語句を下記の解答群より選んで答えよ。

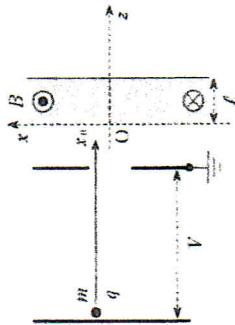


図3

左側の金属平板上のある位置から荷電粒子は初速度0の状態でも動き出すとする。この荷電粒子が右側の金属平板の穴に到達したとき、その速度は(1)である。その後、荷電粒子は穴を通過して $z=0$ の位置に到達し、 $0 \leq z \leq \ell$ の磁場のある領域に入っていく。荷電粒子は磁場からローレンツ力を受けるが、 ℓ は小さいとし、磁場中での荷電粒子の運動方向は変化するが位置の xy 座標の変化は小さいとする。したがって、荷電粒子の軌跡付近での磁束密度の大きさは一定としてよい。

ここで、 $z=0$ での位置が $x=x_0, y=0$ であったひとつの荷電粒子に着目する。 x_0 についてはその大きさは小さいとする。 zx 平面上 ($y=0$) において、 $0 \leq z \leq \ell$ での磁場の向きは y 軸と平行とし、その磁束密度の大きさは $B=Gx$ であるとすると ($G>0$)。なお、 y 軸正の向きを磁場の正の向きとする。 $x_0 > 0$ の場合をまず考える。磁場のある領域に入った直後の荷電粒子に働くローレンツ力の大きさは(2)で、その向きは(a)となる。このとき、荷電粒子の運動は等速円運動と考えてよく、その半径は(3)となる。この荷電粒子について、磁場のある領域の入り口 ($z=0$) と出口 ($z=\ell$) での運動方向の変化の角度を θ とすると、 θ と x_0 の関係式は(4)となる。さらに $\tan \theta = \sin \theta = \theta$ という近似が成り立つとすると、 θ と x_0 の関係は $\theta =$ (5) となり、 θ と x_0 が(b)していることがわかる。 $x_0 < 0$ の場合は、磁場のある領域に入っ

た直後の荷電粒子に働くローレンツ力の向きが (c) となる。この磁場の荷電粒子に対する役割を、光におけるレンズと対応づけることを考えると、この磁場は、荷電粒子にとって (d) レンズと同じ役割をしていると言える。そして、その焦点距離は (6) となる。

解答群： x 軸正方向, x 軸負方向, y 軸正方向, y 軸負方向
 z 軸正方向, z 軸負方向, 比例, 反比例, 凸, 凹

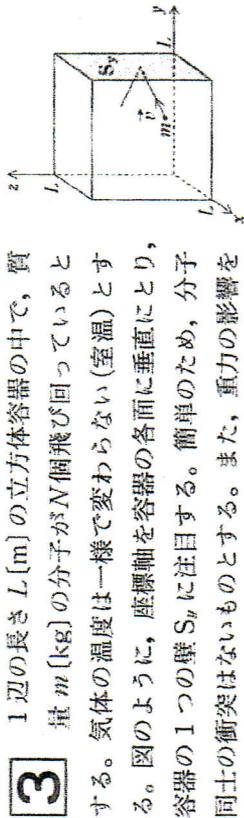


図4

3 1辺の長さ L [m] の立方体容器の中で、質量 m [kg] の分子が N 個飛び回っているとする。気体の温度は一樣で変わらない(室温)とする。図のように、座標軸を容器の各面に垂直にとり、容器の1つの壁 S_y に注目する。簡単のため、分子同士の衝突はないものとする。また、重力の影響を無視し、気体分子と壁との衝突を、あたかもなめらかな壁にボールが弾性衝突するのと同様に扱うことにする。以下の手順で壁 S_y をたたき気体分子の量を考える。

まず1つの分子の速度を \vec{v} とし、その x, y, z 方向の成分を v_x, v_y, v_z とする。(速度の大きさを v とする)

- (1) 壁 S_y との1回の衝突で1個の分子の運動量変化を求めよ。
- (2) 1個の分子の1回の衝突で壁 S_y が受ける力積を求めよ。
- (3) 十分長い時間の間に1個の分子が壁 S_y と衝突する回数(単位時間あたり)を求めよ。
- (4) 1個の分子が壁 S_y に及ぼす平均の力を求めよ。

次に N 個の分子の v^2, v_x^2, v_y^2, v_z^2 の平均値をそれぞれ $\overline{v^2}, \overline{v_x^2}, \overline{v_y^2}, \overline{v_z^2}$ とする。

- (5) 気体分子の運動は乱雑であるとして $\overline{v^2}$ と $\overline{v_y^2}$ との関係を示し、理由を簡潔に述べよ。
- (6) N 個の分子が壁に及ぼす平均の力を求めよ。
- (7) N 個の分子が壁に及ぼす圧力を求めよ。

次に N 個の分子で v_y が正のもの平均値を $\overline{v_y}$ とする。
 (8) 短い時間(1個の分子が複数回衝突することを考えなくてよい)の間に、壁 S_y の単位面積をたたき平均の分子数(単位時間あたり)を求めよ。
 (9) 上記分子数の気体が占める体積を求めよ。

一般に立方体容器の中の分子の数を M とする。ただし M 個の分子の場合の上記平均値も v_y とする。
 (10) 上記(8)の条件での平均の分子数(単位時間あたり)を求めよ。
 (11) 上記(10)の分子数の気体が占める体積を求めよ。